

数学科学習指導案

1. 日時 令和6年11月18日(月曜日) 第8限目
2. 指導者 野呂直也(奈良学園中学校高等学校)
共同研究者 田中紀子(奈良学園大学) 原孝博(奈良学園中学校高等学校)
3. 学級 高校Ⅱ年生 SS 発展コース 生徒数27名(男子18名、女子9名)
4. 教材 数研出版 数学
5. 単元名 第3章 確率分布と統計的な推測

6. 単元について

(1) 教材感

教科書では離散型の確率分布の期待値や分散の計算から始まる。この部分は今後の基礎にもなるところなので、しっかりと理解できるように丁寧に授業する。次に正規分布を含む、連続型の確率分布を扱う。積分計算を行うことで面積が求めるという部分が新しいところなので、何度も反復することで定着させたい。また具体的な事象を織り交ぜて、生徒が少しでもイメージできるように心がける。最後の統計的な推測の部分では、仮説検定の考え方も扱い、課題研究などを行う上で必要な統計的な力を養う。

(2) 生徒感

自ら志願して SS 発展コースに加入している生徒なので、科学に対する関心が非常に高い。そのような観点から、理数系の授業に対して意欲的に取り組んでくれる。しかし SS 発展コースに限らず、課題研究において統計分析力が乏しいことが課題となっている。

(3) 指導感

SS 発展コースの生徒は、今後の課題研究において収集したデータに対して分析を行うことが求められる。そのような観点からも、教科書の問題が解けるだけでなく Excel を用いて実際のデータを解析できるように指導していく。さらに使うデータは架空のデータだけではなく、対象生徒と関連のあるデータを扱い、興味や関心を惹きつける。

7. 単元の目標

- ・統計において基本的な期待値や分散を求めることができる。
- ・正規分布の知識を活用して、母平均の推定などの統計的推測に役立てることができる。

- ・仮説検定の考え方を実問題に応用することができる。

8. 単元の評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に取り組む態度
<ul style="list-style-type: none"> ・統計において基本的な期待値や分散を求めることができる。 ・正規分布に従う事象について、対象となる確率を求めることができる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・正規分布の知識を活用して、母平均の推定などの統計的推測に役立てることができる。 ・仮説検定の考え方を実問題に応用することができる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・日常の様々な現象の中で、正規分布となる具体的な例を見つけることができる。 ・標本から抽出したデータについて、95%信頼区間を求めることができる。

9. 単元の指導と評価規準(全 14 時間)

学習内容	評価規準	評価方法
1. ・確率分布について (2 時間)	<ul style="list-style-type: none"> ・独立な 2 つの事象について、積の法則を使うことで、正しく確率を求めることができる。[知識・技能] ・確率変数と確率分布について正しく理解することができる。[知識・技能] 	・観察
2. ・期待値と分散 (3 時間)	<ul style="list-style-type: none"> ・確率変数が離散的な場合に、期待値や分散の値を正しく求めることができる。[知識・技能] ・サイコロの出る目など、日常的な問題について期待値や分散を計算することができる。[思考・判断・表現] 	<ul style="list-style-type: none"> ・観察 ・配布プリントの確認
3. ・二項分布(2 時間)	<ul style="list-style-type: none"> ・二項分布の期待値と分散を計算して、求めることができる。[知識・技能] 	・配布プリントの確認
4. ・正規分布(4 時間)	<ul style="list-style-type: none"> ・連続型確率変数の場合、積分計算によって、確率を求めることができることを理解する。[知識・技能] ・日常の様々な現象の中で、正規分布となる具体的な例を見つける。[主体的に取り組む態度] ・標準正規分布に変数変換をして、正規分布表を使って確率を求めることができる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・観察 ・配布プリントの確認 ・グループワークの様子

	[知識・技能]	
5. ・統計的な推測 (2時間)	<ul style="list-style-type: none"> ・正規分布で学習した知識を、母平均推定に活用することができる。[思考・判断・表現] ・標本から抽出したデータについて、95%信頼区間を求めることができる。[主体的に取り組む態度] 	<ul style="list-style-type: none"> ・配布プリントの確認
6. ・仮説検定(本時)	<ul style="list-style-type: none"> ・Excelの関数を使って、正規分布に従う事象について確率を求めることができる。[知識・技能] ・仮説検定の基本的な考え方が理解できる。[知識・技能] ・仮説検定の考え方を、実問題に応用することができる。[思考・判断・表現] 	<ul style="list-style-type: none"> ・作業したExcelの確認 ・アンケートの実施

10. 本事案

(1) 本時の目標

ア…Excelの関数を使って、正規分布に従う事象について確率を求めることができる。[知識・技能]

イ…仮説検定の基本的な考え方が理解できる。[知識・技能]

ウ…仮説検定の考え方を、実問題に応用することができる。[思考・判断・表現]

(2) 本時の評価基準

ア…問題1について、ExcelのNORM.DIST等の関数を使い、正規分布に従う事象(身長
の分布)について確率を求めることができる。

イ…問題2について、母平均と母分散が既知の場合に、仮説検定の考え方をを用いて事象を
解析することができる。

ウ…自分たちが集めたデータについて、母平均が既知で母分散が未知の場合に、仮説検定
の考え方をを用いて事象を解析することができる。

・「十分満足できる」と判断される状況とその対応

ア…NORM.DIST等の関数を使い、確率を求めることができる。

イ…問題2を通じて、仮説検定を正しく理解することができる。

ウ…問題2で学んだ、仮説検定の方法を実問題に応用することができる。

・「努力を要する」と判断される状況とその対応

ア…NORM.DIST 等の関数をうまく使えない。

→最初にできるだけ丁寧に、NORM.DIST 等の関数の使い方について説明する。また早くできたグループメンバーは、周りにできていない生徒を助けるように注意を促す。

イ…仮説検定の考え方を理解できない。

→具体例を用いて、生徒たちがイメージしやすいように工夫しながら授業を進める。

ウ…自分たちが集めたデータについて、母平均が既知で母分散が未知の場合に、仮説検定の考え方を応用できない。

→母分散が未知の場合は、標本平均は自由度 $n-1$ の t 分布に従うことを丁寧に解説する。

(3) 本時の展開

学習内容	学習活動	指導上の留意点 評価規準
導入 (3分) ・本時の目標を共有	・本時の目標 [1] Excel の関数を使って、正規分布に従う事象について確率を求めることができる。 [知識・技能] [2] 仮説検定の基本的な考え方が理解できる。[知識・技能] [3] 仮説検定の考え方を、実問題に応用することができる。[思考・判断・表現] ・また本時はカントリーマームの重さの解析を行うことを伝える。	
準備(5分) ・母集団と標本 ・不偏分散 ・正規分布	・母集団から標本調査する方法について理解する。 ・不偏分散の考え方について理解する。 ・正規分布について理解する。 →ここでは、少しでも正規分布について理解しやすいように、具体的なイメージを話しする。例えば、「身長分布」や、「テストの点数分布」は正規分布となる。 →確率密度関数は、 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$	
展開 1 (10分) ・標準的な正規	・Question1 を解く Question1	・Excel を上手く使えない生徒について

<p>分布の問題</p>	<p>ある学校で男子生徒の身長が平均 174cm, 標準偏差 8cm の正規分布に従うとき, 身長 180cm 以上の男子生徒は何%いるか? →Excel で正規分布の下側確率を求める関数は, = NORM.DIST(確率変数, 平均, 標準偏差, TRUE)</p> <p>Answer1</p> <p>180cm 以下の生徒の割合は, Excel で計算 = NORM.DIST(180, 174, 8, TRUE) 実行すると, 0. 773 よって求める確率は, 1 - 0. 773 = 0. 227</p> <p>・教科書では, 確率変数 $Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma}$ を考えて, Z は標準正規分布 $N(0,1)$ に変換することを補足として理解する。 → $Z = \frac{180 - 174}{8} = 0.75$</p>	<p>は, グループ内で助け合いができるように注意を促す。</p> <p>・作業した Excel のノートブックは提出してもらい, 達成状況を確認する。[知識・技能]</p>
<p>展開 3 (15 分) ・仮説検定の導入</p>	<p>・Question2 を解く。母平均と母分散が既知の場合である。</p> <p>Question2</p> <p>あるメーカーが「この製品の内容量は 150ml」ですと主張している。しかし近年この量が減ったのではないかと疑っているところでこの製品 100 個を無造作に抽出して調べたところ, その平均は 148.5ml であった。このことから「平均内容量は減った」といえるか? 内容量の分散は母分散 8.0^2ml^2 の正規分布として, 有意水準 5% で検定せよ</p> <p>→検定の流れを確認する。最初に帰無仮説と対立仮説を設定する。ここで重要なのは, 仮説検定の場合, 帰無仮説を最初に認めて, 相手の立場になった上で, 理論を展開して</p>	<p>・Excel を上手く使えない生徒については, グループ内で助け合いができるように注意を促す。</p> <p>・作業した Excel のノートブックは提出してもらい, 達成状況を確認する。[知識・技能]</p>

	<p>いくことを伝える。 →母集団が平均 μ, 分散 σ^2 の正規分布に従うとき, 標本平均 \bar{X} は, 平均 μ, 分散 $\frac{\sigma^2}{n}$ の正規分布に従う。 →Excel で正規分布の下側 $100 \times p$ %点を求める関数は, =NORM.INV(p, μ, σ^2)</p> <p>Answer2</p> <p>① 帰無仮説と対立仮説の設定。 帰無仮説 H_0(相手の主張) : $\mu = 150$ 対立仮説 H_1(自分の主張) : $\mu < 150$</p> <p>② $H_0(\mu = 150)$ を認め, 対象となる統計量の分布を調べる。今回は平均が(150), 分散が($\frac{8^2}{100}$)の(正規)分布</p> <p>③ 有意水準から②の分布において, H_1 に有利となる棄却域を設定。 ▶Excel で正規分布の下側 $100 \times p$ %点を求める。=NORM.INV(0.05, 150, $\frac{8}{10}$) 実行すると148.7</p> <p>④棄却域にあれば H_0 を棄却する。</p>	
<p>展開3 (20分) ・カントリーマームを用いた仮説検定</p>	<p>・カントリーマームの重さを100個測定する。 →時間短縮のため, 最初の90個を測定しておき, 残りの10個を生徒たちで測定する。</p> <p>・Question3とく。母平均が未知で, 母分散が未知である場合である。 →母平均が未知で, 母分散が未知である場合は, 自由度 $n-1$ の t 分布に従うことを理解する。</p>	<p>・仮説検定の帰無仮説や対立仮説が適切に設定されているか, その後の統計的な処理がきちんとなされているか, 確認する。[思考・判断・表現]</p>

→ t 値は $T = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{U}{\sqrt{n}}}$ のように計算する。

Question 3

カントリーマームの「平均内容量は10g」と主張している。しかしカントリーマーム一人一人の個性は非常に強く、どうも大きさが均一だとは思わない。そこでカントリーマームを100個、無造作に抽出することにより、「カントリーマームは内容量にばらつきがある」といえるか、カントリーマームの重さは正規分布に従うと仮定し、有意水準5%で検定せよ。

Answer3

① 標本平均と、不偏分散からなる標準偏差を求める。

▶平均を求める=AVERAGE(C2:C101),

不偏分散からなる標準偏差を求める
=STDEV.S(C2:C101)

② 帰無仮説と対立仮説の設定。

帰無仮説 H_0 (相手の主張) : $\mu = 10.0$

対立仮説 H_1 (自分の主張) : $\mu \neq 10.0$

③ 自由度が(100 - 1)の t 分布に従うとして、 H_1 に有意な棄却域を設定する。

▶指定した t 分布の下側 $100 \times p$ %点を求める関数は、=T.INV(p , 自由度)

④ 標本平均と、不偏分散からなる標準偏差から T 値を導出する。

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{U}{\sqrt{n}}} = \frac{10.1 - 10}{\frac{0.56}{\sqrt{100}}} = 0.179$$